**G. W. Leibniz, *Historia del problema del continuo* (1693), *Studia leibnitiana*, Band XXVIII/2, 1996, págs. 183-198.**

Traducción y notas de Manuel Luna Alcoba

**Leibniz, G. W. *Historia del Problema del continuo*[1] .**

*/184/* A partir de las proposiciones escogidas y atribuidas en el Concilio de Constanza[2] a Wicleff[3], el presente es una línea matemática continua que se compone de dos, tres o cuatro puntos inmediatos. El tiempo es, fue o será, compuesto de instantes inmediatos.

Dice Aristóteles que para los pitagóricos y Platón, podía haber infinito en las cosas sensibles, *Phys.* lib. 3, c. 4.

Según Laercio, para Crisipo[4] existen divisiones de la materia al infinito (en contra de Zenón).

Plutarco, en su libro *Observaciones comunes contra los estoicos*, objeta a los estoicos, que la gota de vino puede difundirse por todo el océano[5].

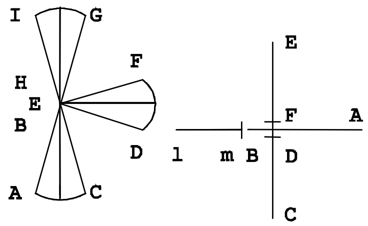
*/185/* Zenón (no el Estoico, sino el primer Eléata) según Arist. lib. 6 *Phys.* c. 9 negaba el movimiento, porque no se pueden recorrer partes infinitas en un tiempo finito. Lo mismo refleja el argumento de Zenón que se llama *Aquiles*, según el cual, Aquiles, por muy veloz que corra, no puede alcanzar a la tortuga...

Todos los escolásticos y matemáticos siguen a Aristóteles, excepto Johanne Majore[6], que compone el continuo de infintos puntos, pero duda en la Disp. 2 q. 1, pues termina diciendo: *valga esta paradoja cuanto pueda valer*...

Tomando en consideración círculos concéntricos se pregunta si acaso son tantos los puntos en el mayor como en el menor (se dice que, como en el caso del número de todos los números y del número de los cuadrados y de los cubos, no es ningún número) y no quieren conceder a Euclides que se trace una recta de un punto a otro dado[7].

Argumentos: El tiempo se compone de instantes, pues se compone de los que existen en él, en él sólo existen instantes, en consecuencia sólo existen los instantes. En verdad, el tiempo no es nada, no es más ente que el movimiento. Las cosas se mueven. Las cosas son, fueron y serán. Y otras tantas transcurrieron entre ellas. Y esto es lo que consideramos la acción uniforme cuyos efectos continuos son semejantes entre sí.

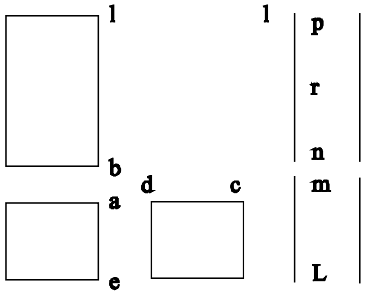
Hr. Bernoulli[8] con su espiral, los sólidos infinitos de Torricelli[9] con la asíntota. El ángulo de contacto peletario [según] Vieta del principio de Arquímides [se sigue que pasa] por todos los intermedios, en consecuencia desigual, lo cual va contra Hobbes[10]. El paralogismo <en */186/* la cuadratura del ángulo curvo> de Suisset, el paralogismo de Albio en su *Euclides Metaphysico*[11]; el paralogismo en <-> Monconisio[12]. Las objeciones de los escépticos, de Sexto Empírico[13]. Los insolubles de <Hensiberi>[14]. Para Suisset[15], del cual Scaliger[16] dice que casi excedía el límite del ingenio humano, el argumento de Zenón era que el más veloz no puede alcanzar al más lento pues en cualquier instante se consume un punto y así, en igual tiempo, el total de puntos es la misma línea. De otro modo se sigue o que el más veloz está al mismo tiempo en muchos lugares o que el más lento no se mueve continuamente, en contra de la Hipótesis. La repetición de morulas iguales es inútil culquiera que sea la proporición (+contribuye a que haya velocidades diferentes entre sí el que haya muchas [*morulas*] diferentes+). Vallés lib. 3 controvers. 1 c. 8[17] intercala estas morulas. Pero, */187/* que en la tortuga la causa no conserva la proporción, se sigue de que si la tortuga progresa una centésima en cualquier momento, el perseguidor no puede aumentar indefinidamente la velocidad ni aunque se dé un cuerpo cien veces más veloz. Como lo más cercano al centro agita lo más lejano, el movimiento se moverá de lo que está en reposo a lo que se mueve.




El punto que toca a un punto lo penetra. Dos puntos son más que uno, pero no hacen un continuo. Pongamos que ABC, DEF, GIH, son tres cuerpos cónicos que se tocan en los puntos B, E, H. Claramente, B y H se tocan, se ve también que permanece un cierto orden BEH, en el cual E es el medio entre B y H. Sobre la recta sin movimiento AB, se trazan CD, EF, perpendiculares a AB. Se pregunta si acaso, como ambos llegan a B, puede decirse que B sea el medio entre ellos. Respondo así. Podemos concebir en lugar de las rectas, conos, cuyos ejes son rectas para que ninguno pueda considerar que no hay ninguna recta. Tenemos en consecuencia tres puntos inmediatos entre sí. De este modo B es el medio así señalado. Pongamos que AB está en línea recta respecto a

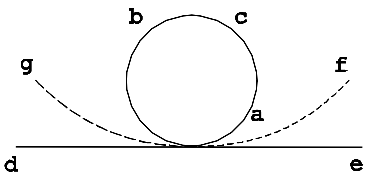
LM, M y B se tocan, y después de B los puntos D y F pasan a M y no hay ningún intermedio, por tanto: o B o M está situado entre ellos. Algo semejante ocurre con tres puntos inmediatos entre sí si se trazan rectas de manera análoga o, en lugar de estos conos, infinitos conos, porque pueden concebirse infinitos conos que se tocan geométricamente. Así tenemos infinitos puntos dispuestos en serie, que, sin embargo, no son distantes entre sí respectivamente, lo cual es bastante justo y elegante.

Niegan que haya partes en el continuo Th. Anglus y Dygbi[18] pero la parte no es nada sin el todo. Las partes indefinidas pertenecen al continuo imaginario, las definidas a las cosas.




Arist. lib. 3 c. 6 *de anima*: el punto y el indivisible aparecen como privación y son conocidos por el intelecto como lo malo y lo negro, por su contrario. Pablo Aresio, obispo deritonense en su com. a Arist. *de Generatione* atacó brillantemente los indivisibles positivos según Fromondio[19] en *Comp. Continui* c. 32. El mismo Fromondio argumenta así: (ibid.) "sea un globo con dos hemisferios uno negro y el otro blanco, y en medio una superficie de un tercer color. Supongamos que se cambia este color en negro ¿Acaso algo tocará al hemisferio negro?". */188/* Respondo que no hay superficie intermedia ni puede haberla y, en todo caso, no se dan tales indivisibles que existan por sí en vez de lo blanco y lo negro. Tomemos la línea que sirve de eje del movimiento y el reposo, las dos partes de la línea, según mi sentencia, no se unen en un punto medio, sino que cualquiera es un punto extremo. Pero la recta que la corta ¿en cuál de los extremos cae? Respondo que la recta que corta no es otra cosa que el término y, así, incide en la otra. Pero si la razón en la que se encuentran es nula, se dice entonces que los tres puntos se continúan. Pregunto si la extensión CD incide en A o en B. Pregunto si D roza EA, tendiendo de E hacia A, ¿cuánto más es necesario que vaya para que llegue a B? Así pues, el extremo del tiempo LM estaría en A y el inicio del tiempo NP estará en B. Si la línea fuese un agregado de puntos y de cualquiera de ellos a cualquier otro se diese una recta habría tantos puntos en la diagonal como en el lado, lo cual es absurdo. Lo mismo ocurre en el rectángulo, y en dos círculos concéntricos. Si se me dice que dos instantes de tiempo son entre sí inmediatos como *m* y *n*, no sólo comprenderá el tiempo *lm* sino el tiempo *ln* aumentado en un solo punto y *pr* menor en un solo punto que *pn*, porque como puede haber estados opuestos en *lm* y *pn*, así puede haberlos en *ln* y *pr*. Pero nada más absurdo que esto, pues la infinidad de tales instantes inmediatos entre sí no por esto constituyen una parte del tiempo. De modo semejante se prueba esta inmediatez de los instantes a partir de la inmediatez de los puntos poco antes señalada. *Journal des Savans*, 14 Sept. 93 de la suma de las solicitaciones infinitas y que la naturaleza no produce jamás ninguna acción más que por una multitud verdaderamente infinita de causas concurrentes.

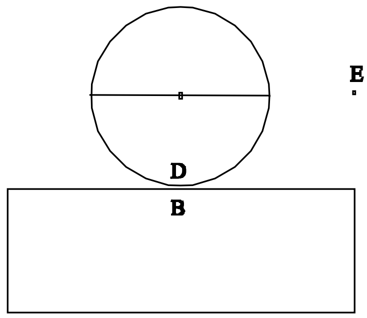
Fonseca[20] sigue la vía de los indivisibles positivos, a lo largo de las superficies extremas de los cuerpos <halló> dos puntos de contacto entre el globo y el plano.




Alexander Picolomini[21] negaba que Dios pudiera crear cuerpos perfectamente esféricos, lo mismo establece Pablo Aresi[22] Obispo derithonense, Com. a Arist. *de Gen. et Corrup.* lib. 1, d. 2, q. 23, sección 7. Fromondio cap. 33 defendía que el plano toca al globo en la parte indicada. Pues aunque sea asignable <en uno de los dos sitios> la parte en la cual se produce el contacto, sin embargo, no es asignable la parte próxima */189/* o en una prim<-> esto por sí contacto <—> ésta es necesario <una> es <—> de nuevo pero tales cosas. Se ve <—> el contacto <puede> hacerse en semejantes pues <eo> ésta <en la recta> <——> del movimiento <&> mayor Se pregunta si acaso el contacto de la esfera y el plano interrumpe el aire incluido. Digo lo que sigue: el contacto provoca que la línea de aire *ga* y *fa* no se toquen.

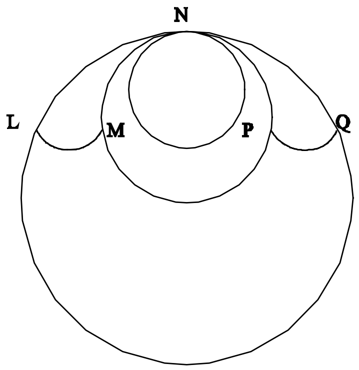
Se pregunta si acaso no pueden concebirse puntos <que pertenezcan por completo> a las dos partes. Al menos donde hay un continuo o ambos son semejantes, no hay partes asignadas. Pero entonces, pongamos que una parte se mueve y la otra reposa, con lo que todo punto intermedio acaso permanezca aislado.

Asombra que los ejes de la esfera en movimiento reposen. Sin embargo, no están por ello separados como sería el caso en aquel punto intermedio entre las dos partes. No obstante hay en el punto medio las dificultades que hallamos en el círculo en reposo, pues supongamos que el círculo en reposo se divide por la mitad, pregunto a qué parte pertenece ahora este punto que antes estaba en reposo, si consta de dos, uno es de cada uno de los hemisferios. Se sigue que consta de infinitos, puesto que pueden trazarse hemisferios de infinitos modos. Y así se ve lo dicho.

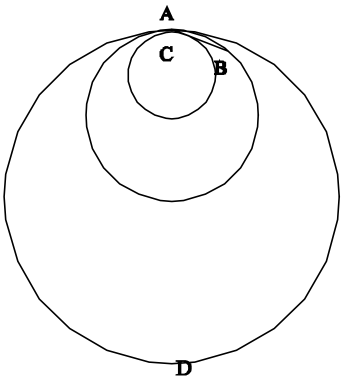



Como el radio se mueve alrededor del centro, todos los puntos intermedios quedan con velocidades intermedias entre el reposo y la velocidad [del círculo]. En parte la velocidad de los radios no está determinada porque en él hay diferentes velocidades. Pero esto es otra cosa en los puntos. Sean dos puntos B y D contiguos en el cubo y la esfera, los cuales se tocan, se dice que son diversos porque uno puede estar en reposo y el otro moverse. Se toma un tercer punto E. Si de cualquier punto a cualquiera puede trazarse una recta, serán dos rectas, ED y EB, ciertamente no paralelas, porque tienen el punto común E, en consecuencia es necesario que los puntos B y D disten, puesto que las dos rectas se acercan hacia E. Pero esta distancia va contra la hipótesis, pues si distasen podrían acercarse entre sí. De esto se sigue que dos puntos no pueden ser inmediatos. ¿Qué en consecuencia? Los puntos no son cosas, sino modos del pensamiento; y sólo significan que no puede ponerse ningún cuerpo entre B y D, esto es, el camino de B a D se hace nulo. En lugar de los puntos */190/* también se pueden considerar líneas, superficies, cuerpos de los cuales la profundidad, longitud, anchura es como se quiera de pequeñas. No son cosas determinadas y en matemática basta con que el error sea siempre menor que cualquier cantidad más pequeña. Se ve que tiene líneas y puntos, si bien abstractos, y por ello tiene infinitos. Inevitablemente se originan dificultades si alguien refiere esto a los seres vivos, a los cuales exceptuamos de todo. Sean los puntos ABC que se tocan si las esferas están excavadas interiormente de tal modo que una toca a otra en la parte superior y ésta de nuevo en el que toca al punto tocante, siendo, en consecuencia, infinitos puntos, a los que se puede entender colocados en serie.

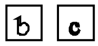
Interpretados como modos de pensamiento, infinitos puntos no constituyen una extensión. De aquí se sigue que todos los instantes pueden resolverse en instantes



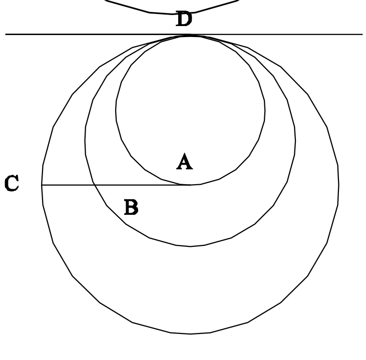

infinitos, pues en definitiva se recorren en un instante, no en todo el tiempo y, sin embargo, no se recorren a la vez, sino uno después de otro. Imagínese que los cilindros son líneas sólidas, supóngase que uno se mueve y otro reposa alternativamente, se tendrá la distinción real de éstos. Si niegas que el cilindro se pueda excavar así realmente, sin embargo, no puedes negar que MLN y PQN compuestos entre sí, constituyen un tal cilindro excavado.



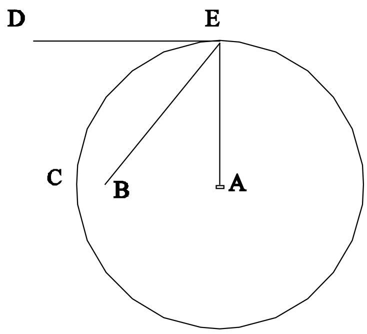

Pregunto también si acaso




b y c tocándose perfectamente se diferencian de un continuo. Naturalmente, cuando reposan entre sí no hay razón para diferenciarlos. En consecuencia, son dos las rectas, no una.



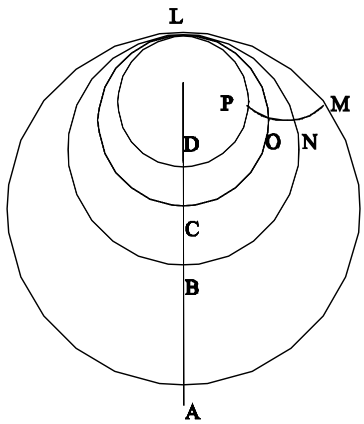

Angulo semicircular, AEC, ángulo rectilíneo recto, BEA, ángulo rectilíneo agudo, BED. El ángulo rectilíneo BEA, crece continuamente con el




movimiento de BE alrededor de E hasta hacer el recto DEA. En el inicio BEA es menor que AEC, ángulo semicircular, posteriormente es mayor DEA, habiendo crecido continuamente, no por saltos, en consecuencia, pasa por el término medio, en consecuencia, por la igualdad, por tanto, hay algo igual entre el ángulo rectilíneo y el semicircular, lo cual es absurdo. Por tanto, decimos que el ángulo semicircular no es ni mayor ni menor ni igual que el rectilíneo sino que es una cosa heterogénea respecto de él. */191/* Difieren naturalmente, el ángulo de contingencia es de naturaleza diversa y no tienen el mismo origen. Son sólo *congenios*, pueden nacer uno del otro por una variación uniforme continua. Así pues se da la magnitud o estimación por medida. Pero si la variación no es uniforme, no puede comprenderse la razón o comparación, p. ej. si el círculo se contrae continuamente, ADB no es un ángulo similar al ángulo BDC, ni, añado, puede imaginarse ninguna medida común. Quizás tengamos que decir en este caso, que tiene mayor y menor, pero no proporción y así, no está permitido trisecar el ángulo de contacto. En consecuencia, de que el radio del círculo esté dividido no se sigue que lo esté el ángulo de contacto. De modo semejante se concluye que se duplica sin duplicar el ángulo.

El ángulo de contingencia añadido al ángulo semicircular da el ángulo recto. Consecuentemente, el ángulo recto es mayor que el ángulo semicircular. Se dice que aquellos ángulos no se suman entre sí, pero las figuras o líneas se suman, todos los cuales pueden tomarse tan pequeños como se quiera. Tampoco éstos tienen ninguna cantidad determinada. Las dificultades que hay respecto del círculo y la recta son las mismas respecto de la parábola y el círculo.

Tomenos AB 1, BC $\frac{1}{2}$, CD $\frac{1}{4}$ describéndose infinitos círculos de cualquier diámetro, LA, LB, LC, LD, etc. MN se dirige hacia el centro del círculo LA; NO hacia el centro del círculo LB; OP hacia el centro del círculo LC y así sucesivamente avanza la línea que se acerca continuamente a L sin llegar a L; y, sin embargo, es de magnitud finita, porque es menor que AL, ahora se sigue que si se hace algún movimiento uniforme en esta línea el tiempo en el que se produce será menor que el que se emplea de A hacia L y del mismo modo en la asíntota absoluta, pues en verdad, la que llega a L no es la verdadera asíntota, aunque en nuestro dibujo no <—> se vea. Esta línea no es la asíntota, sino una indescriptible, una espiral de giros infinitos cuya longitud es finita.




Aristóteles probaba que el punto no se mueve sino *per accidens* Phys. lib. 6 c. 10 dice otras cosas de lo finito como que la línea se compone de puntos.

Una dificultad máxima es que el tiempo no es nada sino instantes, en consecuencia, se compone de instantes, razón por la cual en el tiempo no hay nada si no es existiendo. Tampoco existe nada que no sea instantes. Como el tiempo se compone de instantes también la línea estará compuesta de puntos. Si el globo se mueve en el plano, describirá una línea. Tampoco la línea es sino lo que se produce, */192/* ni se produce sino lo que existe, ni existe sin los instantes, ni los instantes sin el punto, en todo caso, consecuentemente, no hay línea sin punto.

Gregorio Ariminense[23] en 2. d. qu. 4. pto. 1, dice que el movimiento o ente sucesivo implica una contradicción manifiesta, cual es que el tiempo no existe en las cosas, de donde considera, con los nominalistas, que el movimiento no puede ser nada distinto del móvil y el espacio.

Ludovico Coronelio[24] en Lib. 3 phys. decía que el movimiento local no es un Ente sucesivo, sino un accidente impreso en el móvil, dirigible y que no puede ser retardado, que cuando es intenso solemos llamar *ímpetus*. Considero que es el autor más importante del siglo, pues, cuando Fromondio lo cita en el c. 48 lo llama el viejo y agudo Lud. Coronelio.

Plutarco se burlaba de Crisipo y de los Estoicos que decían que el tiempo es similar al agua pues se escapa de las manos por uno y otro lado, sin que nada intente permanecer en medio.

Buridano lib. 2 q. 24 *de anima*. La mutación es instantánea, surge y se hace en un tiempo igual a cero.

<—> Gregorio Armin. y *Sentencias morales*: la parte menor del continuo no es un modo <—> distinto de la unidad.

Plutarco en el libro *Observaciones comunes contra los estoicos*, celebrado por la escolástica <->. Arcesilao[25] cuando volvió fue quien dijo frecuentemente que Cius[26] está proyectada y descompuesta entre dos mares. El agua puede rarificarse e imitar al mármol que no sólo pueden navegar las naves de Antioquía, sino también 1.200 persas y 300 griegos <—> naval <mar> <—> Crisipo no dice ciertamente <yalthum> o también que una gota de vinagre en el mar Egeo puede expandirse por todo el Mediterráneo y más allá, también en profundidad.

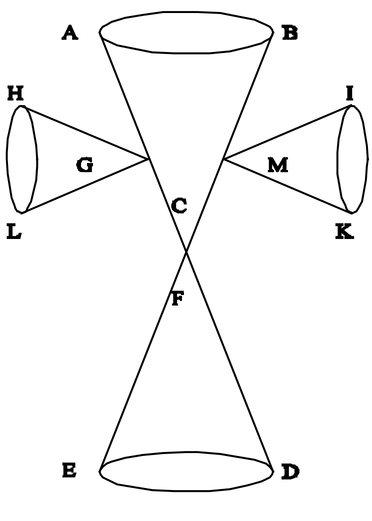
La demostración de Escoto del ángulo que aumenta, solo esconde la cabeza entre las nubes[27].

Tomás considera que se dan mínimos naturales.

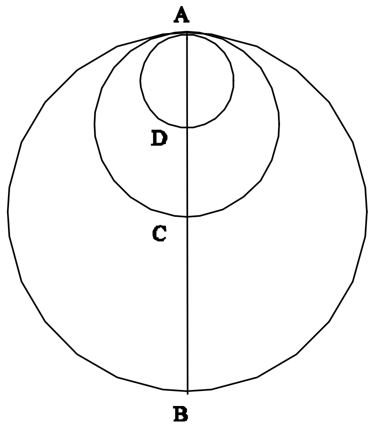
Stern[28] demostraba acerca del lib. 3 prop. 10 <prox> <->. Constituyendo el peso de la tierra 24 en $10^{23}$ libras, para el hombre que en una sola hora 4000 */193/* veces <-> tres Charistìs[29] vuelve la tierra en diez años a su sede, moviéndose 10512:24 en $10^{23}$ partes de un pie.

Snell[30] según From. de comp. contin. c. 28, dice haber probado el cálculo de que, prendiéndolo, un grano de pólvora impele en el espacio 125.000 veces su peso.

De los puntos y otros indivisibles de este género se piensa que son abstracciones a las que la mente humana impone un nombre como a las cosas cuando tienen realmente un fundamento en ellas. Y de ahí que a veces se argumente maravillosamente que si todo ente tiene esencia, a la inversa, la misma esencia, si tiene algo de real, será un ente, dándose esencias de esencias al infinito. Si el abstracto del calor es la calidez, como es una cosa, su esencia será cierta caloreidad. Algo semejante ocurre con los puntos, pues admitidos éstos primeramente, nacen los signos y [esto] hace que en un punto pueda entenderse que hay infinitos signos. Así el ángulo, en principio y por sí no está en los que se pueden anular, está en el punto tomado como inicio de las líneas. Éstas surgen, de puntos e instantes o de las cosas de las que hablamos, no de modos de pensar y de lo que vemos que de allí se obtiene admirablemente. Ante todo, consideremos la cosa en el tiempo. En principio dos contraadjetivos no son verdaderos a la vez ni falsos a la vez. En consecuencia, no se da ningún instante medio entre el estado viviente y el estado de muerte que pueda decirse instante de muerte, a causa de lo cual nada puede estar a la vez vivo y no vivo o ni vivo ni no vivo. El instante de la muerte es necesariamente el agregado de dos extremos que no son simultáneos, aunque, naturalmente, el fin de la vida y el inicio de la no vida no disten. Sean dos conos ABC y DEF, éstos se unen entre sí hasta que estén opuestos. Como se tocan en los vértices, los ejes están verdaderamente puestos en contacto directo. Sea otro cono GHL, que toca al primero ABC, su vértice G toca



la recta AC entre A y C, desde ahí se mueve el cono GHL. Sus rastros paralelos a éste, igual que G, se llevan a lo largo de AC, de ahí pasa a FE por F y, finalmente, llega hasta E. En consecuencia, como C y F, los dos vértices de los conos opuestos, se tocan, de C, G pasa inmediatamente a F no estando, sin embargo, simultáneamente en C y en F pues primero está al fin mismo de AC que es el inicio mismo de FE. Si imaginamos que está a la vez en AC -algún animal vive, */194/* de acuerdo con el primer ejemplo- y que G está en FE -no está vivo- resulta claro que G no puede estar a la vez en C y en F o en medio entre C y F, como el animal no puede estar a la vez vivo y no vivo. Ahora, en la recta opuesta a AC, BC, se supone de modo semejante y al mismo tiempo otro cono IKM, cuyo vértice M es llevado a lo largo de BC y, de ahí, pasa a FD, encontrándose al mismo tiempo ambos en el vértice de los dos conos. A partir de esto está ya claro que cuando los conos móviles se llevan por el cono ABC, éste se coloca entre los otros, y cuando se llevan por el cono DEF éste se coloca entre los otros sin que se toquen nunca ni una sola vez, pues no hay medio vacío entre los dos conos inmóviles. Y en el mismo extremo del cono ABC, el vértice C está situado entre G y M, después está situado en medio el vértice F, nunca nada. Así que si alguien se mueve por el eje del cono IKM hacia el eje del cono GHL, primero pasa por el lugar del vértice del cono inmóvil, puesto que de un cono en movimiento pasa al otro. De donde se comprende también que los extremos de los contiguos no sólo no son uno, sino que ni siquiera son simultáneos, esto es, que lo que se mueve no está a la vez en una y otra parte. Si en lugar de conos tomamos dos cilindros que se tocan en una línea y éstos se hacen rodear por cilindros formando un cubo, de los cuales dos cualesquiera están en lugar de los lados del cubo, el espacio es encerrado perfectamente por cilindros, pero volvamos a los conos. Ahora en el vértice del cono, C, pueden imaginarse más caras, en las cuales se toca a G y a M, sin que se toquen entre sí. De tal modo que si el cono ABC se imagina como moviéndose alrededor de su eje, quedando en reposo los conos antes móviles GHL, IKM, tocando al vértice C, el nuevo estará en una cara que recaerá en o tocará a G, pasando a la parte opuesta y tocando a M y, en cierto modo moviéndose, aunque entre los puntos no se describa ninguna línea. Y lo mismo




ocurre si, con el cono en reposo ABC, se gira el cono GHL, permaneciendo su eje en la perpendicular al eje del cono ABC y manteniendo el contacto de C, pasando al lugar del cono IKM, pues el vértice G se transfiere del primer lugar al lugar de M, aunque no describa ninguna línea que aparezca, más que la que falta entre G y M. Podemos interponer infinitos otros conos, tocando de modo semejante a C, cuyos ejes estén en el mismo plano que los ejes de GHL, IKM, perpendiculares al eje del cono ABC. Digo infinitos, si, naturalmente, la altura de los conos interpuestos o ejes permanecen ciertamente constantes y las bases de GHL e IKM disminuyen en progresión geométrica. Así tendremos infinitos vértices dispuestos en círculo alrededor del vértice G. Vértices que, por cierto, no existen a la vez, pero tampoco alejados, aunque el paso de un lugar a otro puede hacerse en un tiempo asignable, lo cual hace que un cono como GHL gire hacia IKM, como dijimos. Y hechos así los vértices, si C es cortado del mismo modo que el círculo en sus secciones se advertirían los ángulos que hacen entre sí los ejes de los conos colocados en círculo y así se obtienen tantos puntos como se quiera dispuestos en círculos, alejados ordenadamente entre sí, sin que sea asignable ningún intervalo de línea. Ahora puede comprenderse la infinitud de puntos señalada en la misma recta. Estos puntos, tomados entre sí son diversos y, sin embargo, no distan un intervalo de partes de la recta. Sea la esfera AB, dentro de la cual hay otra esfera excavada AC y excavada en ésta de nuevo, está la esfera */195/* AD y así sucesivamente, tomando siempre la mitad del eje de la esfera inclusa más próxima. Es manifiesto que la esfera AB toca en su interior a la esfera AC y ésta en su interior a la esfera AD y así sucesivamente y la esfera AB no toca a la esfera AD, porque entre ellas está la esfera AC. Podemos distinguir las esferas realmente atribuyéndoles movimientos propios alrededor del eje AB de velocidad diversa conforme a su proximidad. No se puede considerar con propiedad que dos esferas se toquen aunque esté en medio la esfera AC, más de lo que se tocan los dos conos GHL, IKM, aunque esté situado en medio el cono ABC o DEF. Ahora, disminuyendo los diámetros en una progresión geométrica, habrá infinitas de tales esferas, de las cuales todos los vértices caen en la recta AB y se distinguen entre sí como las esferas mismas y otras interpuestas. Sin embargo, ningún intervalo de recta es asignable, ni las partes de la recta están alejadas entre sí. Hay infinitos puntos en la misma recta, que pueden imaginarse unidos en un punto, como también entre dos vértices o esferas AB y AC, de nuevo pueden imaginarse interpuestos infinitos vértices de nuevas esferas. De donde puede extraerse también la consecuencia de que cabe concebir un punto pleno, en el cual hay infinitos puntos o, aún más, signos (pues Euclides llama al punto signo[31] también los filósofos escolásticos consideran que hay muchos signos en el instante o punto), que no se distinguen uno de otro entre sí en ningún intervalo asignable de recta. No ha establecido si acaso puede hallarse algo más simple que el signo y si acaso tal sería lo que llamamos caras del punto, lo cual puede advertirse que es lo mismo, en cierto aspecto, que lo que se dice del punto en general, pero más inteligiblemente, obviando, naturalmente, el envase de los signos en el mismo punto. De todos modos, el asunto del cómputo de semejantes puntos no es necesario para los geómetras, pues éstas no son consideraciones de la Geometría, sino de la Metafísica.

También se ve que, así como el punto se divide en sus signos, o en puntos más simples, la línea plena o Geométrica, puede dividirse en líneas metafísicas que se conciben trazadas de signos a signos. ¿De qué modo se entiende lo que después se ha planteado, cuando se inscriben dos o más cilindros mediante las esferas poco antes expuestas, si no es usando estas líneas de signos o, si se prefiere, linéolas de signos? Ciertamente no es nada maravilloso que las partes de líneas de signos o metafísicas expuestas puedan distinguirse entre sí, siendo trazadas de uno a otro signo y habiendo entre ellos situados otros, como en los vértices de las esferas */196/* antedichas. Sin embargo, de nuevo se origina la perplejidad y mucho más si se entiende que hay una recta de signos trazada de un signo a dos inmediatos, pues, como la esfera toca al plano o, aún más, el vértice del cono, si ahora del tercer punto se trazan dos rectas, una hacia el vértice de la esfera, la otra hacia el vértice del cono, ciertamente estas dos rectas no serán paralelas, pues llegan a un tercer punto, ni coinciden, pues se trazan hacia dos vértices diferentes, y, sin embargo, nada está situado en medio, como entre los dos puntos hacia los que se taza. A pesar de todo, dos rectas concurrentes necesariamente se separan entre sí cuanto más lejos estén del lugar de partida, y llegando a éste se acercan continuamente entre sí. En consecuencia, [cono y esfera] no se tocan perfectamente en sus extremos colocados en los dos vértices, contra la hipótesis, pues suponemos que entre sí no pueden acercarse más. Lo mismo ocurre si desde un tercer punto se trazan al mismo tiempo dos rectas hacia el vértice de la esfera AB y AD, pues, como entre éstas sólo hay un punto intermedio, es decir, el vértice de la esfera AC, es necesario que a partir de las dos rectas trazadas hacia los dos vértices de las esferas AB y AD desde un tercer punto, puedan colocarse infinitos puntos intermedios, puesto que dos rectas trazadas desde dos vértices hacia un punto, se acercan más y más conforme se acercan a este punto. Y así, si queremos hablar de los puntos e instantes como de cosas, no queda otro remedio que negar tales líneas rectas de signos, trazables de un signo hacia otros dos, y ciertamente no puede hacerse que ambas líneas se extiendan realmente al mismo tiempo y, naturalmente, hay que negarlo. Dos rectas concurren en el mismo signo aunque concurran en el mismo punto. Admitidos los signos, no pueden negarse <—> las señales del movimiento en un signo, y así se produce un absurdo si no negamos que dos puntos son entre sí inmediatos, diciéndose que el punto es el único en que el globo toca al plano, pero los puntos de contacto no están uno en el globo y otro en el plano. Mas, el contacto es uno, de uno y otro lado, o no lo hay. Si de uno y otro lado, será a la vez como el agregado en el instante de dos estados, pero como se arrancan de sí <—> <—> o que de uno se hacen muchos o de muchos una. En consecuencia, si de la imagen <—> es cuidada, pero ni <—> y como puede decirse en el punto <—> está en el plano, o en el globo. Pero aunque digamos que son negaciones siempre se hacen puntos <—> de ahí. Se dirá, naturalmente, que una cualquiera tiene signos en sus extremos que tocan a la otra. A partir de esto se entiende que puedan concebirse muchos en el punto, y si imaginas ángulos en el punto, como los ángulos tienen partes, serían partes en la cara del punto, aunque no puede entenderse que haya partes en el punto mismo, pues las caras o lo que está en la cara no es homogéneo o comparable con el punto, no más de lo que puede compararse el ángulo con la línea o el número. Pues los signos del vértice, aunque están en el punto, no deben tenerse por partes del punto, si bien lo finito contiene a veces los mismos puntos que lo infinito. Se supone que sólo las tres esferas interiores ordenadas entre sí, al tocarse por sus vértices completan el punto A. Sin embargo, si se interponen otras, pueden interponerse también infinitas, completándolo con infinitos vértices. ¿Acaso inferimos que un vértice es mayor que otro o que entre una esfera incluida y otra exclusa está situado un contacto externo e interno mayor en un caso que en otro? */197/* Mas, si ahora todo lo situado en medio se vuelve al vértice, dirás con razón que el vértice es como alguna magnitud. Y como pueden situarse alternativamente muchas esferas interpuestas, sus vértices se unen en el punto. Pero es sabido que la verdadera magnitud no tiene lugar en esto, ni la razón o proporción la tiene donde no pueda hallarse cierta generación uniforme, como algo que sea, naturalmente semejante a otro o semejante a algo igual y así no comprendo más esta parte que admito que el ángulo de contingencia o el ángulo semicírculo se diga parte del ángulo recto rectilíneo. Es algo parecido a lo mayor y lo menor, donde se requiere muchos, como si dices que el círculo que se mueve alrededor de su centro, es menor que el mismo círculo, pues el círculo comprende su centro, mientras que el que se mueve excluye su centro. De modo semejante quieren adscribir la causa a meditaciones más profundas, pero para la Geometría no hay diferencia. Si ahora entendemos que existen instantes, como existen aislados, el tiempo constará de instantes. ¿Acaso las líneas constarán de puntos dado que en cualquier instante la esfera que corre por el plano produce un punto, no más, y, sin embargo, la línea progresa? Se dice que el movimiento se produce por otra cosa además del contacto, pues aunque el contacto está presente en el inicio, el progreso en cualquier instante se debe a la presencia de la velocidad o *conatus* o inicio del movimiento. Y así, no hay ciertamente una línea que progrese en un instante, sino un punto que envuelve, además, cierta continuación, esto es, el punto físico que designa el contacto en reposo. En verdad, si por indivisibles no entendemos nada más que la negación del ulterior progreso, entonces cesan de existir todos en el instante, o tocar en un punto no será otra cosa que existir desapareciendo, o comenzando algo, comenzar. De donde se concluye que ni la línea consta de simples puntos ni el tiempo de instantes, sino que hasta donde las partes conlleven continuación, ciertamente no están en el continuo, ni el agregado de éstos será continuo. Aunque son requisitos inmediatos los *congenios* <—> también son *congenios* los que pueden nacer uno a partir del otro por cierta mutación continua como puede entenderse <que ocurre cuando> se contrae finalmente en una línea <—> entonces <—> <—> permite tomar en todo caso la razón entre semejantes y asemejables, como el plano y en el punto, la esfera misma en el continuo <—>. *Congenios* son aquellos de los cuales uno es semejante a lo que puede nacer a partir del otro por variación continua, en lo cual se supone la existencia de muchos, cada uno de los *congenios* contiene al otro por mutua generación, o éste está en el otro.

Son accidentes los que no están como cualidad innata (*ingenios*) sino, precisamente, como puestos, algo que se pone en algo, así que no es necesario que se ponga algo de esto en el otro *congenio*, que no esté en él. De ahí, en general: están puestos en algo los que no pueden nacer de algo o del otro *congenio*, no suponiendo más que lo que se entiende que existe en aquello en lo cual están puestos. Se sigue que hay algo entre la línea y el punto, lo cual está próximo a la verdad, ya que puede decirse que en medio hay infinitos, no ciertamente entre sí ni <comparables> con la línea, pues el *conatus* es al *ímpetus* como el instante al tiempo. El conatus se halla en el grave al inicio del descenso o en lo que se mueve por fuerza centrífuga*/198/*. El *conatus* es el inicio en el progreso del *ímpetus* o al tiempo adquirido como el instante al tiempo. Así, no hay de ningún modo proporción de lo que suministra el *conatus* al grave en el instante del inicio a lo que le suministra, continuamente, pasado algún tiempo del descenso. Sin embargo, uno y otro son medio entre el simple punto o contacto en reposo y la línea. Pero si estos rudimentos de línea o inicios los tomamos por las líneas infinitamente pequeñas se sigue que, como a dos rectas se les puede asignar una tercera proporcional, puede darse una recta infinita, y, sin embargo, terminada en ambos lados. La asíntota cumple la función de una tal línea, naturalmente la recta y la curva casi se tocan finalmente pero en el infinito, a partir de un intervalo. En verdad no puede entenderse nada de esto y recta semejante no es asignable, aunque toda recta es semejante a toda recta, de donde no se dan rectas infinitamente pequeñas. De modo análogo ¿qué será lo que nos haga distinguir lo finito de lo infinito? Más que asíntota infinita, hablamos de rectas ordinarias, transfiriendo así el nombre de las finitas, a las llamadas hace poco infinitamente pequeñas. No habría pues principio para diferenciar lo finito de lo infinito, siendo clara la comparación y nosotros las llamaremos de un solo modo. Pero esto no lo pueden admitir, y ven que, de ahí, se sigue un absurdo: la recta infinita pero terminada se recorre en un tiempo también infinito pero terminado. En todo caso, el inicio del movimiento recorre algún techo, visto que el punto se mueve, en tanto que hay una proporción enteramente infinita del espacio recorrido completo con respecto al inicio. Algunas medidas son absolutas, pero las partes absolutas posteriores, antes de completarlas, están algún momento en la mitad del todo o tendrán alguna otra proporción asignable. En consecuencia, es necesario que en algún momento desaparezca la proporción de lo recorrido o que la suma de inasignables comience a ser asignable, pero tal punto o instante en el cual se produce este tránsito es imposible que se dé. En consecuencia tal movimiento y, por esto, tal línea, se tiene por imposible y no hay línea recta infinita que, sin embargo, esté terminada. De donde se sigue también que las rectas infinitamente pequeña son una quimera, sin embargo útiles, como las raíces imaginarias y como <—>.

# Notas del traductor

1. Este texto aparece en el *Bodeman-Katalog* con la signatura LH XXXVII, IV, 57 rº-58 vº, abarcando 2 páginas en 4º, de lectura ciertamente difícil en ocasiones. Los signos usados son los siguientes::

| | |
|---|---|
| < > | Lectura dudosa, entre paréntesis figura la sucesión aparente de letras. |
| <—> | Palabra o fragmento de palabra ilegible. |
| [ ] | Añadido del traductor para hacer la lectura más fácil. |
| rº | Recto. |
| vº | Verso. |

2. En el Concilio de Constanza de 1415 la Iglesia católica fijó la ortodoxia en lo que a la composición del continuo se refiere. Según la decisión adoptada, las líneas de componía de un número finito de puntos. Pocos fueron sin embargo los filósofos cristianos que aceptaron la autoridad del concilio en una cuestión que consideraban estrictamente filosófica.

3. John Wiclef o Wycliffe (1324-31/XII/1387) fue fundador del colegio de Canterbury confrontado directamente con el catolicismo a partir de 1381 y condenado en el sínodo de Londres en mayo de 1382. Obras suyas son: *Wicliffe's Wicket*, Nurember, 1546 y *Against the orders of te beggig friars*, Oxford, 1608.

4. La fuente de Crisipo para Leibniz fue Diógenes Laercio, *De vitis dogmatibus et apophthégmetibus clarorum philosophorum*.

5. La obra citada es *De communibus notitis adversus Stoicos*, nº 72, 1058e-1086b. Se trata de un diálogo en el que Plutarco intenta desarmar las paradojas lanzadas por Crisipo contra los estoicos.

6. John Mair o Maire -Major en latín- (1469-1550), doctor en teología y profesor en la Universidad de Saint-Andrews. Entre sus obras están: *In quatuor Sententiarum lib. Commentarius*, Paris, 1516; *Libri II Fallaciarum Opera logicalia*, Lyon, 1516; *Litteralis in Matthaeum Expositio*, Paris, 1518; y *Commentarius in Physica Aristotelis*, Paris, 1526.

7. Los radios del círculo mayor determinan tanto puntos en éste como en el menor, lo cual significa que ambos círculos tenían el mismo número de puntos pese a sus distintos tamaños. Éste es el famoso problema de la *rota* aristotélica. Para solucionarlo, la escolástica postuló que cada radio desde el centro al círculo exterior pasaba no por uno sino por dos puntos del círculo interior ya que éste, al ser más pequeño, debería tener los puntos más cercanos unos a otros.

8. Se refiere a Jac. Bernoulli (25-XII-1654/16-VIII-1705), gran matemático suizo que describió una espiral construida sobre el área de un círculo mientras se van separando los ejes de coordenadas.

Bernoulli dio a conocer las propiedades de esta curva en un artículo de las *Actas Eruditorum* del año 1691, págs. 14 y ss.

9. En 1641 Evangelista Torricelli descubrió que sólidos de longitud infinita podían tener un volumen finito. Este resultado fue publicado en 1644 en su libro *De solido hyperbolico acuto* incluido en *Opera geometrica*. Sobre este teorema y sus repercusiones filosóficas, véase P. Mancosu y E. Vailati "Torricelli's infenitely long solid and its philosophical reception in the Seventeenth Century" en *Isis*, vol. 311, marzo de 1991, págs. 50-70.

10. El párrafo como tal no tiene sentido reconocible. Parece, no obstante, que se refire al problema del ángulo de contacto señalado por Clavius como contraejemplo de la ley de continuidad (cfr.: Euclides, *Elementa*, ed. de Ch. Clavius, Frankfurt am Main, 1607, págs. 266 y s.). La cuestión está en cuál es la posición que ocupa el ángulo formado por una línea recta y otra curva en la serie de los ángulos de cero a noventa grados. En la polémica entraron, entre otros, J. Peletier (literato, poeta y matemático francés nacido el 25 de julio de 1517 y muerto el 3 de julio de 1582 que escribió obras sobre álgebra, aritmética y geometría como *In Euclidis Elementa geometria demonstrationum lib. VI*, Lyon, 1557), F. Viète (latinizado Vieta, 1540-1603), Hobbes y Wallis. A este respecto, cfr.: Breger, H. "Der mechanistische Denkstil in der Mathematik des 17. Jahrhunderts" en Hecht, H. (Hrsg.) *Gottfried Wilhelm Leibniz im philosophischen Diskurs über Geometrie und Erfahrung*, Berlín, 1991, págs. 15-46).

11. Thomas Anglus (o White o Albius) murió en 1676, escribió, entre otros, el prefacio a la obra de K. Digby *Demonstratio immortalitatis animæ rationalis, sive tractatus duo philosophici, in quorum priori natura operationes corporum, in posteriori vero, natura animæ rationalis ... explicantur*, París, 1655, titulado *Utrum in continuo sint partes actu*.

12. Balthasar de Monconys, viajero francés nacido en 1611 y muerto en 1665. Su *Journal des Voyages* (París, 1665-6, 3 vols.) recoge sus viajes por Oriente Próximo a la búsqueda de religiones exóticas así como numerosas observaciones científicas curiosas.

13. Las referencias a Sexto Empírico provienen de: Sexto Empírico, *Adversus mathematicos ... latine nunc primum editum, Gentiano Herveto Aurelio interprete. Ejusdem Sexti Pyrrhonirum hypotyposeon libri tres ... interprete Henrico Stephano. Accessit et Pyrrhonis vita ex Diogene Laërtio ... item Caludii Galeni Pergameni contra Academicos et Pyrrhonios D. Erasmo Roterodamo interprete*, París, 1569.

14. Suponiendo que en original figure "Hensiberi", hay dos posibles personajes apellidados Heinsius. El primero es Daniel Heinsius (1580 ó 81/25-II-1655), discípulo de Scaliger, no tenemos noticias de que escribiera nada sobre geometría o aritmética. La otra posibilidad corresponde a Nicolás Heinsius, hijo del anterior (29-VII-1620/7-X-1681), conocido más por ser hombre de estado que filólogo, pero sobre cuya vida y obra apareció una recensión en el *Jounal de Savans*, 1682, pág. 112.

15. Johannes o Jean Suisset, llamado en realidad Richard Swineshead y apodado "el calculador", murió en el siglo XIV, su obra más conocida es el *Liber calculationum*. En torno a 1690 Leibniz confesaba no haber podido encontrar sus obras.

16. J. C. Scaliger (23-IV-1484/21-X-1558), filósofo y matemático, tenía una doctrina de las entidades mínimas de origen aristotélico. Entre sus obras figuran: *Prima Scaligerana quibus adjuncta et altera Scaligerana cum motis cuiusdam V. D. Anonymi*, editado por Is. Vossius, Groningen, 1669 y *Conjectanea in Varronem*, París 1665.

17. "Valesius" es una latinización de Valois, pero todo hace pensar que Leibniz se refiere a Francisco Vallés de Covarrubias (latinizado "Vallesius"), médico en Alcalá de Henares y de Felipe II, fue un prestigioso difusor de las doctrinas y métodos de Hipócrates. Entre sus obras destacan: *In meteroloica Aristotelis Commentaria*, Alcalá, 1558; *Controversiarum medicarum et philosophicarum, lib. X*, Alcalá, 1564; traducción y notas a Aristóteles, *Física*, Alcalá, 1562-3; y *Tractatus medicinalis*, Lyon, 1559.

18. Kenelm Dygbi (1603/12-VII-1665), naturalista inglés autor de obras como *A Treatise on the Nature of Bodies*, Paris, 1644; *Discours sur la Poudre de Sympathie*, Paris, 1658; y la ya citada *Demonstratio inmortalitatis animæ rationalis*.

19. Libert Froimond o Fromont (1587-1653), además de su célebre *De comopositione continui* escribió *Chrisippus sive de libero arbitrio* (1644).

20. S. J. Pedro da Fonseca (1528-1599), filósofo portugués autor de los *Commentaria in libros metaphysicorum Aristotelis*, 2 vols., Roma 1577, es un destacado miembro de la Escolástica Española.

21. Alessandro Piccolomini (13-VI-1508/12-III-1578), obispo de Patraso y coadjuntor de Siena en 1574, reputado filósofo, matemático y poeta fue el primero en hacer escritos filosóficos en italiano. Entre sus escritos figuran: *Della Sfera del mondo*, Veniz, 1540; *L'instrumento dela filosofia natural*, Roma, 1551; y *Aristotelis quæstiones mechanicæ, cum plenioni paraphrasi*, Veniz, 1565.

22. Paul Aresi (1574/13-VI-1644), obispo de Tortona, profesor de filosofía y teología, escribió unas notas *In libros Aristotelis de Generatione et Corruptione*, Milan, 1617.

23. Grégoire de Rimini (+ 1388), filósofo italiano, general de la orden de los agustinos que, a partir de 1357, estuvo fuertemente ligado a las doctrinas nominalistas. Entre su obra impresa destacaremos: *Lectura primi libri Sententiarum de Pierre Lombard*, París, 1482 y *Super secundum Sententirarum*, Milán, 1494.

24. Ludolph von Ceulen (+1610), matemático holandés, es famoso por calcular hasta 35 decimales del número p. Escritos suyos son: *De Circulo & adscriptis*, Leiden, 1616; *De Ausuris*,

*Geometricas propositiones*, Leiden, 1615; *Von der Cirkel*, Delst, 1596; y *Geometrische fundamenten on M. Ludolphs von Keulen*, Leyden, 1615.

25. Nacido el 316 antes de J. C. y muerto el 241, Arcesilao fue discípulo de Teofrasto y de Cratón, llegó a ser jefe de la Academia a la muerte de éste, fundando la Academia media cuya base era el escepticismo respecto a lo percibido por los sentidos. Arcesilao es citado expesamente por Plutarco con relación a las paradojas en la obra mencionada.

26. Pasaje de complcadísima lectura en el que destaca la mención de Cius (del griego *Kios*), ciudad de Bitinia (Asia menor), situada en la costa Este del mar de Mármara, en el extremo oriental del golfo de Geumlek, actualmente llamada Gemlik.

27. Cita de Virgilio: "ingreditur solo et caput inter nubila condit" (*Enneada* IV,177).

28. Podría estar refiriéndose a Richard Sterne (1596/18-I-1683), prelado inglés que escribió unas *Summa logicæ*.

29. Si aquí figura "Charistis" y es un nombre, desconocemos a qué o quién se está refiriendo.

30. Willebrod Snell de Royen (1591/31-X-1626), matemático, discípulo de Kepler y de Brahe, halló la ley de refracción. Entre sus obras están: *De re numericis*, Anvers, 1613; *Descriptio cometæ nomvembris, 1618*, Leyde, 1619; y *Cyclometricus, seu De circuli dimensione*, Leyde, 1621.

31. Los griegos utilizaban dos palabras para "punto": *stigmé*, empleada por Aristóteles, designaba la hendidura hecha por el punzón y, por tanto, el punto físicamente trazado; *semeîón*, usada por Euclides, significa literalmente "signo".