Mandelbrot, B. *La geometría fractal de la naturaleza*, trad. de J. Llosa, Tusquets Editores, Barcelona, 1997.

Éste es un libro que debería haber leído hace mucho tiempo. No porque sea un clásico de nuestra época, sino por otra historia mucho más rocambolesca, en concreto por la historia del *Gigante Theutobocus, rey de los teutones, los cimbros y los ambrosinos*. Durante la elaboración de mi tesis doctoral, un artículo del *Archiv für Begriffgeschichte*, me puso tras la pista de este escrito, el primero en formular la famosa máxima leibniciana "la naturaleza no hace saltos". La referencia aparecía repetida en otras fuentes. Harto de oír hablar de él, le pedí a mi director de tesis que lo buscara en la Biblioteca Nacional de Francia. Por supuesto no lo encontró, pero sí una cita que de él hace E. Fourrier en sus *Varietés historiques et littéraires*. Cuál no habrá sido mi sorpresa al descubrir ahora que Mandelbrot siguió el mismo itinerario, desde las citas remotas de este texto hasta la Biblioteca Nacional y el escrito de Fourrier. Mandelbrot fue más allá, lo puso en relación con unos huesos hallados en la época, atribuidos, erróneamente, a un gigante y ¡con una atracción circense! Al cabo, todo sería, pues, una burda estafa. El caso es que tampoco Mandelbrot parece haber leído el escrito en cuestión, sino sus referencias en Fourrier y, por supuesto, sus hipótesis no cierran los enigmas en torno al caso. El primero de ellos es, quien escribió el textito de las narices, pues según unas fuentes el personaje se llamaba J. Poyet y, según otras, J. Tissot. Tampoco queda claro si lo citado en él es un dicho popular de la época ni por qué o cuándo surgió. Y mucho menos queda clara la relación de toda esta historia con la *Didáctica magna* de J. A. Comenio, de quien, no me cabe la menor duda, tomó Leibniz la famosa afirmación.

Pero, naturalmente, el texto de Mandelbrot no se ha convertido en un clásico por esta cuestión sino por introducir los fractales como elementos fundamentales para la descripción de determinadas formas naturales. Se trata, verdaderamente, de una nueva geometría, la geometría de las formas "rotas" o aparentemente irregulares. Es a estas formas rotas a las que hace alusión el término *fractal*. Contrariamente a lo que suele decirse, los fractales no tienen por qué ser semejantes a los elementos que los constituyen. Ésta es una propiedad de los fractales autoescalantes, quizás los más hermosos estéticamente, pero los menos aprovechables para la descripción de la naturaleza. La sibisemejanza, en cualquier caso, no sirve para definir a todos los fractales. En realidad, Mandelbrot no da una definición de qué sea un fractal. Lo más parecido a una definición de fractal es: "un conjunto cuya dimensión de Hausdorff-Besicovitch es estrictamente mayor que su dimensión topológica". Pero ésta tampoco es una definición ya que Mandelbrot no acaba de resolver la cuestión general de si son fractales todos aquellos conjuntos cuya dimensión de Hausdorff-Besicovitch no es *estrictamente* mayor que su dimensión topológica.

No voy a entrar en los pormenores de esta definición, pero sí me parece realmente interesante el acento puesto por algunos matemáticos sobre la plurivocidad del término "dimensión". Intuitivamente, las dimensiones del espacio están muy claras y parecen ser esos ejes de coordenadas en los cuales nos movemos. Sin embargo, cuando preguntamos por la dimensión de un terreno no es de ejes de coordenadas de lo que estamos hablando. Entonces, también de un modo intuitivo, recurrimos a una especie de cuadrado unidad (el metro cuadrado), que vamos colocando sobre la extensión del terreno. Precisamente para ayudar a nuestra intuición, a veces utilizamos otro tipo de unidades. El terreno del que estamos hablando puede tener, por ejemplo, la dimensión de, digamos, tres campos de fútbol. La dimensión utilizada para medir depende, por tanto, de lo que queramos medir, pero también *del grado de exactitud con que queramos formarnos nuestra imagen intuitiva*. Tomemos ahora la costa de Gran Bretaña. Si queremos medirla con total exactitud nos encontraremos envueltos en una tarea infinita, pues cada golfo, cada cabo, cada península, están constituidos por una infinidad de recovecos del terreno que hacen imposible la tarea propuesta. Si, por el contrario, lo que queremos es formarnos una imagen intuitiva de la misma, bastarán unos pocos trazos que convertirán amplísimos tramos de acantilados en simples líneas rectas. Pero si lo que queremos es formarnos una imagen intuitiva que, a la vez, permita una medición empírica, sólo tendremos una posibilidad, la de adoptar una unidad de medida, una dimensión, que no sea una dimensión entera (como lo era el cuadrado unidad), sino fraccional, que permita seguir los entrantes y salientes de la costa. A los conjuntos que necesitan este tipo de unidades es a los que se puede llamar fractales.

El descubridor de estos conjuntos fue Mandelbrot. O al menos eso es lo que cabe deducir por la edición de 1989 de su libro, en la que "humildemente", se propone atribuirse todos los méritos que le son propios. Lo de "humildemente" lo dice Mandelbrot y es de agradecer. De lo contrario podría haberse adjudicado la invención del fuego. Decir, como leí en una ocasión, que Mandelbrot no citaba a nadie que no llevase 50 años muertos, tal vez sea una exageración. Pero sí es cierto que hay curiosas "lagunas" en sus enciclopédicos conocimientos de la historia reciente de la matemática cuando se trata de sus coetáneos. Una de las más llamativas es la de Gaston Julia quien, en seiscientas páginas, aparece citado una vez y de pasada. Son estas “lagunas” las que le permiten a Mandelbrot presentarse como el único en comprender el sentido de los “monstruos” matemáticos que surgieron tras la crisis de 1875-1925.

No obstante, los problemas que el lector podrá tener con este libro no proceden de estas lagunas, sino, precisamente de lo contrario. Aunque Mandelbrot lo presenta como un ensayo, la verdad es que carece de otra línea argumental que no sea la repetición machacona del interés de los fractales y su demostración por acumulación de pruebas. Después de diez años de adiciones, reescrituras y matizaciones, cualquier otra línea argumental del libro se ha convertido... en un fractal. A ello hay que añadir que, desde luego, si estamos ante un ensayo no es un ensayo divulgativo. Mandelbrot presupone en todo momento que el lector conoce y maneja con su misma soltura los desarrollos matemáticos que tuvieron lugar en la primera mitad del siglo XX, sin proceder a ulteriores aclaraciones o introducciones. Para quien carezca de los mismos, lo mejor será tomar este libro no como un ensayo, sino como un atlas, como la cartografía de un nuevo mundo, el mundo fractal.

Terminemos con una crítica. A la hora de describir los fractales, he hecho especial hincapié en que lo que se pretende con ellos es lograr una *imagen intuitiva*. No se trata de ninguna recuperación del intuicionismo en ninguna de sus formas porque el acento no se pone sobre el carácter intuitivo de la geometría, sino su carácter *visual*. El punto de partida de los análisis de Mandelbrot, la base de la geometría fractal misma, es que “ver es creer”. La geometría fractal no es una geometría de figuras, sino de *imágenes*. Lo que Mandelbrot ha hecho es abrir las puertas de la geometría al mundo de la imagen que, por 1977, dominaba ya la inmensa mayoría de los hogares a través de la televisión. Mandelbrot fue el primero en hacer películas basadas en imágenes fractales y en resaltar la relevancia estética de sus construcciones. El problema es que si los fractales son, de algún modo, imágenes, entonces van a ser tan poco significativos, tan poco explicativos, como lo es cualquier imagen por sí sola. Porque, en efecto, en ese “de algún modo” radica el aspecto oscuro, silenciado, que los fractales, como toda imagen, poseen.

Algunos de las imágenes fractales más frecuentemente reproducidas, algunos de los fractales más fascinantes, no serían nada sin un adecuado algoritmo para colorearlos. Se puede derrochar todo el ingenio del mundo en construir un fractal, pero si no se halla un modo adecuado de asignar colores lo único que tendremos será un galimatías enfermizo para el ojo humano. Dicho de otro modo, las imágenes fractales más espectaculares son producto de un algoritmo para generar el fractal *y* de un algoritmo para colorearlo, donde este "y" señala la yuxtaposición de dos procedimientos diferentes. Bien, si las "montañas fractales" son el resultado de colorear adecuadamente un fractal ¿hasta qué punto no estamos practicando ese juego infantil de reconocer figuras en las nubes? Esto no significa que los fractales carezcan de interés, pero sí debería bastar para condenar la práctica, hoy día habitual, de zanjar cualquier modelo explicativo con la afirmación "es un fractal". Decir, por ejemplo, que el cerebro tiene una estructura fractal no es de ninguna manera una explicación de su estructura, es una descripción de la misma. A continuación hay que hallar el fractal capaz de generar una estructura semejante y después hay que dar cuenta del algoritmo que lo genera, de cuáles son las instrucciones mínimas que lo componen y, finalmente, hay que dar cuenta de por qué es ese fractal y no cualquier otro el que la naturaleza ha elegido. Entonces y sólo entonces, habremos dado una verdadera explicación. Reconocer un fractal en la naturaleza nunca puede ser el punto final de una explicación es sólo su principio.

Manuel Luna Alcoba